

Exemplo pág. 28

a)

Aplicação da distribuição normal

Normal reduzida

$$Z = (900 - 1200) / 200 = -1,5$$

$$\Phi(-z) = 1 - \Phi(z)$$

Substituindo valores por recurso à tabela da normal:

$$0,9332 = 1 - \Phi(z)$$

$$\Phi(z) = 0,0668$$

$$\Phi(-z) = 1 - \Phi(z)$$

$$1 - \Phi(z) = 0,033$$

$$\Phi(z) = 0,977$$

b)

$$z = (800 - 1200) / 200 = -2$$

c)

Recurso à tabela da normal

$$z = -1,645$$

$$-1,645 = (x - 1200) / 200$$

$$X = 871$$

Problema 1, pág. 42

a)

$$F(x) = 1 - R(x)$$

$$F(x) = 1 - 1/(1+0,001x) = 0,001x/(1+0,001x)$$

b)

$$f(x) = [F(x)]'$$

$$[F(x)]' = [0,001(1+0,001x) - 0,001^2x]/(1+0,001x)^2 = 0,001/(1+0,001x)^2$$

c)

$$h(x) = f(x)/R(x)$$

$$h(x) = 0,001/(1+0,001x)$$

d)

AFR

Ver pág 31, 3.24

$$AFR(x) = \{\ln(1+0,001x)\}_0^{1000}/1000 = 0,6943/1000 = 0,0006943$$

Problema 2, pág. 42

a)

$$R(3) = 1 - 9/100 = 0,91$$

b)

$$F(t) = 1 - [R(t)]$$

$$F(t) = t^2/100$$

$$f(t) = t/50$$

c)

$$x^2/100]_1^3 = 9/100 - 1/100 = 0,08$$

Problema 3, pág.42

a)

$$R(8000) = \exp(-0,8^2) = 0,527$$

b)

Ver expressões 3.37 e 3.38

Consultar tabela da função gama para 1,5 (aproximadamente 0,886) e multiplicar por 10000.

Vida média = 8860

c)

$$R(1000) = 0,99$$

Utilizando como estimador  $n(x)/n$ , vem  $n(1000) = 99$

A este respeito, ver com atenção a expressão 3.26 no seu 2º desenvolvimento, ou seja, quando se toma como estimador de  $R(x)$  o quociente  $n(x)/n$ .

Problema 4, pág. 43

a)

Aplicação de 3.31

Substituindo directamente, resulta  $h(x)_{\text{tot}} = 0,00292$

b)

Aplicando novamente 3.31

$$h_1(4000) = 0,002$$

$$h_2(4000) = 0,0009$$

$$h_3(4000) = 0,00127$$

Verifica-se que o modo com maior função de risco é o primeiro.

Conjugando 3.31 com 3.22 resulta, tendo em conta que a primitiva de  $h(x)$  será, para Weibull, igual a  $x^\beta/\eta^\beta$ :

Para 3 modos de falha

$$R(4000) = \exp \left( -4000^2/2000^2 - 4000^{1,2}/1600^{1,2} - 4000^{0,8}/400^{0,8} \right) = 0,0000017$$

Para 2 modos de falha, eliminado o primeiro

$$R(4000) = \exp \left( -4000^{1,2}/1600^{1,2} - 4000^{0,8}/400^{0,8} \right) = 0,00009$$

Verifica-se que a fiabilidade, continuando a ser muito baixa porque estamos a calculá-la referida a um tempo muito superior aos parâmetros de escala, é, considerando apenas 2 modos de falha, mais de 50 vezes superior ao que era com 3 modos.

O método gráfico permite obter resultados satisfatórios sem necessidade de recorrer a tratamentos estatísticos mais complexos.

Para se utilizar o papel de Chartwell, deve-se ordenar a informação em função do tempo de funcionamento e, em seguida, estimar a função infabilidade (1- função fiabilidade) utilizando uma fórmula do tipo

$$\hat{F} = \frac{i - 0.3}{n + 0.4} * 100(\%)$$

em que

i - nº de ordem da falha

n - dimensão da amostra (itens em observação)

Os pontos (TTF,  $\hat{F}$ ) marcam-se no papel e, em seguida, traça-se a recta que melhor se adequa a todos esses pontos.

Deve-se proceder como a seguir se indica:

1º - A recta deve passar pelo último ponto marcado

2º - Deve-se procurar que os pontos de um e de outro lado da recta sejam em igual número

O valor de  $\hat{\eta}$  é obtido pela intersecção da recta com o “Estimador  $\eta$ ”, sendo a leitura efectuada na escala dos tempos.

Para determinar  $\hat{\beta}$  tira-se uma perpendicular a partir do “ponto de Estimação”. O ponto de intersecção desta perpendicular com a escala dos  $\hat{\beta}$  fornece o valor de  $\hat{\beta}$ .

Veja-se a resolução nas duas folhas seguintes.

a)

Na página seguinte indicam-se os valores que resultam da aplicação do método gráfico ao exemplo apresentado neste problema.

b)

Fiabilidade

0,978

Infiabilidade

0,022

MTTF

Cerca de 1200h

Considerando o seguinte exemplo

FALHA nº	TEMPO FUNC.	F̂ (*)
1	331	5,6
2	478	13,7
3	715	21,7
4	779	29,8
5	982	37,9
6	1040	45,9
7	1299	54
8	1442	62,1
9	1466	70,1
10	1657	78,2
11	2041	86,3
12	2283	94,3

\* Valores obtidos através da utilização da seguinte formula, para o calculo de Falhas acumuladas.

$$\hat{F} = \frac{i - 0,3}{n + 0,4} \times 100(\%)$$

em que,

i-nº de falhas  
n-dimensão da amostra

Para o nosso exemplo, a dimensão da amostra é de 12, com um tempo médio de 1209,4h.

Utilizando o papel de chartwell, foram estimados os seguintes parâmetros.

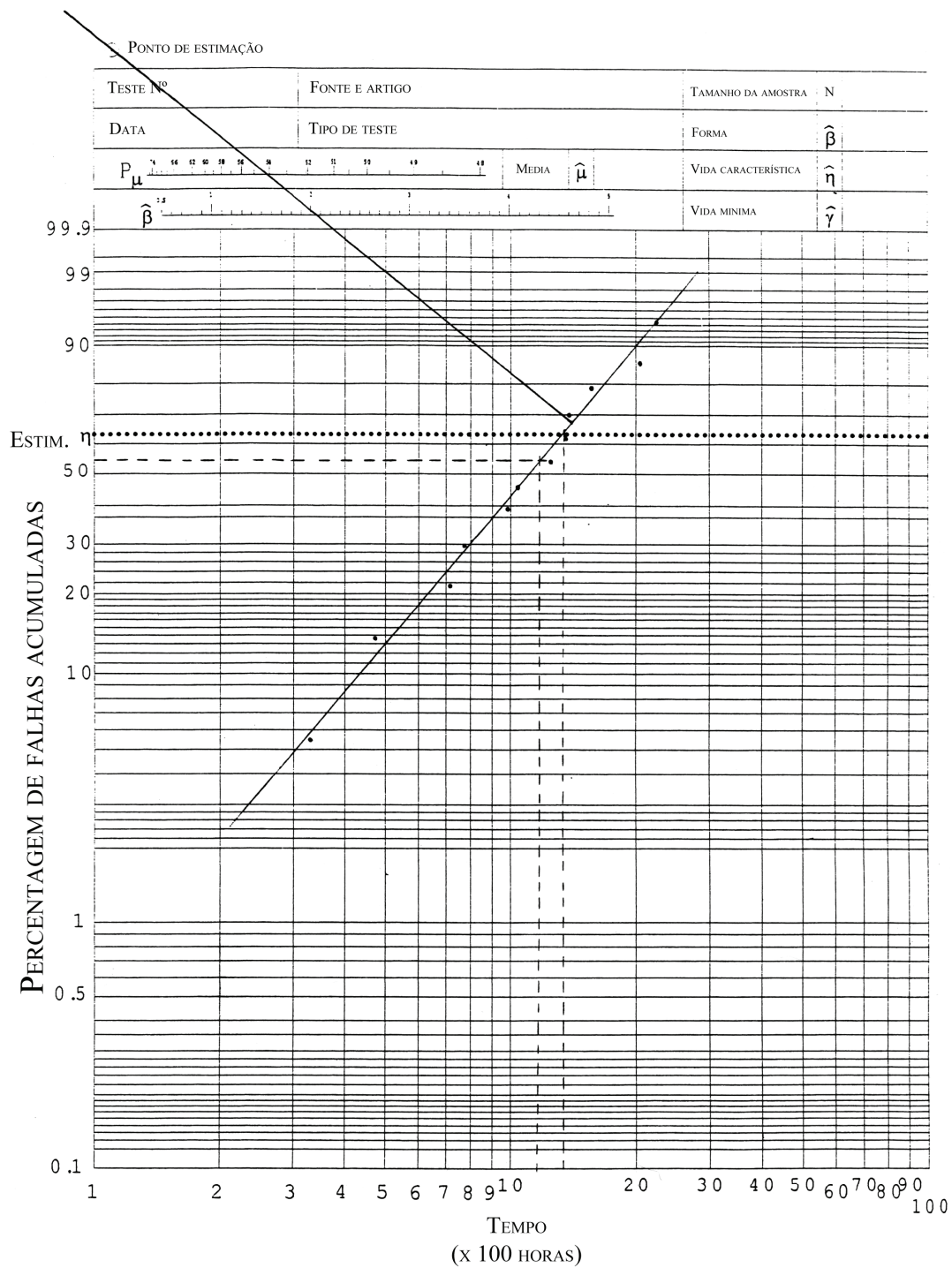
$$\hat{\beta} \text{ (Forma)} = 2,05h$$

$$\hat{\eta} \text{ (Vida Característica)} = 1404,3h$$

$$\hat{\mu} \text{ (Média)} = 1211,5h$$

Nota: A média estimada ( $\hat{\mu}$ ) é determinada, recorrendo ao papel de Chartwell, seguindo os seguintes passos :

- 1- Intersecção da perpendicular à recta ajustada com a escala Pμ.
- 2- Ver que ponto da recta tem a ordenada obtida em 1.
- 3- Ver a que abcissa corresponde o ponto obtido em 2.





Exercício pág. 55

a)

$$f^{\wedge}(x) = 1/n \cdot (n(x) - n(x+\Delta x)) / \Delta x$$

$$h^{\wedge}(x) = 1/n(x) \cdot (n(x) - n(x+\Delta x)) / \Delta x$$

$$f^{\wedge}(x) = h^{\wedge}(x) \cdot n(x) / n$$

1º teste

f(x)	h(x)	R(x)
0,0005	0,0005	1
0,00025	0,0005	0,5
0,00013	0,00052	0,25
0,00012	0,001	0,12

2º teste

f(x)	h(x)	R(x)
0,00025	0,00025	1
0,000125	0,00025	0,5
0,0000625	0,00025	0,25
0,0000375	0,0003	0,125
0,000025	0,0005	0,05

b)

Fiabilidades são semelhantes mas a densidade de falhas e o risco baixam do 1º para o 2º testes.

Pág 65

Exercício 1

Melhora e piora em 2 ciclos sucessivos

Exercício 2

Aplica-se a expressão 4.17

$$T_0 = 834$$

$$\Sigma T_i = 970 = 32 + (32+64)+\dots$$

$$N=6$$

U= -0,45, logo, tendência para taxa de avarias decrescente

# Pág. 88, 5.4. Exercício 1

a)

$$\beta_M = \frac{N}{\sum_{j=1}^M \sum_{l=1}^N \ln\left(\frac{t_n}{t_i}\right)} = \frac{15}{8,04 + 7,77} = 0,9487$$

$$\lambda_M = \frac{N}{\sum_{i=1}^M t_{ni}^{\beta_M}} = \frac{15}{98500^{0,9487} + 94500^{0,9487}} = 1,4 * 10^{-4}$$

b)

$$\rho_M(t) = \lambda_M \beta_M t^{\beta_M - 1}$$

$$\rho_M(t) = 1,4 * 10^{-4} * 0,9487 * t^{0,9487-1}$$

Considerando 70000 Kms e o respetivo MTBF:

$$\rho_M(t) = 7,49 * 10^{-5}$$

$$MTBF = \frac{1}{\rho_M(t)} = 13351 \text{ Kms}$$

Exercício 2

a)

Considerando o valor de  $\beta > 1$ , verifica-se uma redução da fiabilidade da máquina.

b)

$$t_m = 160 \text{ horas}$$

$$T^* = \left[ \frac{C_s}{C_r \lambda (\beta - 1)} \right]^{1/\beta} = \left[ \frac{500}{1000 * 2,7 * 10^{-4} (1,5 - 1)} \right]^{1/1,5} = 239 \text{ horas}$$

$$T^* = 239 / 160 \approx 1,5 \text{ meses}$$

### Exercício 3

a)

Aplica-se o teste de Laplace ao nível de confiança de 90% ( $\alpha=0,10$ ) sendo o valor críticos limite tabelados  $Z_c = +1,645$  e  $Z_c = -1,645$ .

$$T_o = 385 \text{ dias}$$

$$N - 1 = 34$$

$$\sum_{i=1}^{34} T_i = 7810 \text{ dias}$$

$$U = \sqrt{12(N-1)} \left( \frac{\sum_{i=1}^{N-1} T_i}{(N-1)T_o} - 0,5 \right) = 20,20 * 0,0966 = 1,951$$

$$U = Z = 1,951 > 1,645$$

Deste modo verifica-se pelo teste que a bomba de alimentação apresenta uma redução da sua fiabilidade.

b)

Por iteração da equação 1 obtemos o parâmetro  $\alpha_1$ , substituindo esses valor na equação 2 obtemos o parâmetro  $\alpha_0$ .

$$\sum_{i=1}^n t_i + n\alpha_1^{-1} - nt_n(1 - e^{-\alpha_1 t_n})^{-1} = 0 \quad (1)$$

$$\alpha_1 = 0,00255$$

$$\alpha_0 = \ln\left(\frac{n\alpha_1}{e^{-\alpha_1 t_n} - 1}\right) = \ln\left(\frac{35 * 0,00255}{e^{0,00255 * 385} - 1}\right) \quad (2)$$

$$\alpha_0 = -2,923$$

Considerando a expressão 3 e também por iteração obtemos a periodicidade otimizada das intervenções de manutenção preventiva que é de 72 dias.

$$e^{\alpha_1 T^*} \left(T^* - \frac{1}{\alpha_1}\right) = \frac{C_s}{C_r e^{\alpha_0}} - \frac{1}{\alpha_1} \quad (3)$$

$$T^* = 72 \text{ dias}$$

#### Exercício 4

- a) Não. Pela observação do gráfico do número cumulativo de avarias em função do tempo cumulativo de funcionamento do sistema, verifica-se a existência de tendência. A confirmação de tendência pela aplicação do teste de Laplace significa que, a modelação do processo de avarias não poderá ser feito por qualquer distribuição mas sim, pela aplicação de um modelo NHPP (ex: Crow ou Cox-Lewis) ou por outros modelos não estacionários. Assim descarta-se a aplicação da distribuição de Weibull.
- b) Tal como se disse em a) poder-se-ão aplicar o NHPP ou a outros modelos não estacionários. Na prática em geral, recorre-se ao Crow-AMSAA ou ao Cox-Lewis, sendo o primeiro bastante vulgarizado.
- c) Para testar a tendência dos dados (observado graficamente) aplica-se o teste de Laplace considerando um intervalo de confiança de 95%.

$$N = 25$$

$$T_0 = 1174$$

$$\sum_{i=1}^{24} T_i = 19013$$

$$U = \sqrt{12 * 24} \left( \frac{19013}{24 * 1174} - 0,5 \right) = 2,97$$

$$U = 2,97 > Z_c$$

Confirma-se a tendência de degradação da fiabilidade do sistema, e aplicamos a hipótese alternativa do teste ou seja o modelo NHPP. Assim, poderemos estimar os parâmetros do NHPP.

$$\beta = \frac{N}{\sum_{i=1}^N \ln\left(\frac{t_n}{t_i}\right)} = \frac{25}{17,04} = 1,467$$

$$\lambda = \frac{N}{t_n^\beta} = \frac{25}{1174^{1,467}} = 7,85 * 10^{-4}$$

Pelo valor de  $\beta > 1$ , confirma-se a diminuição da fiabilidade do sistema.

d)

$$E[N(t)] = V(t) = \int_0^t \rho(t) dt = \int_0^t \lambda \beta t^{\beta-1} dt = \lambda t^\beta$$

$$V(t) = 7,85 * 10^{-4} * 1460^{1,467} = 34 \text{ avarias}$$